Rivista di Storia dell'Educazione

Firenze University Press
www.fupress.com/rse

OPEN ACCESS

**Citation:** Alessandra Boscolo, Martina Crescenzi, Benedetto Scoppola (2021) Sulla genesi e lo sviluppo del pensiero matematico di Maria Montessori. *Rivista di Storia dell'Educazione* 8(2): 9-23. doi: 10.36253/rse-10375

**Received:** January 24, 2021

**Accepted:** May 20, 2021

**Published:** December 16, 2021



**Data Availability Statement:** All relevant data are within the paper and its Supporting Information files.

**Competing Interests:** The Author(s) declare(s) no conflict of interest.

**Editor:** William Grandi, Università di Bologna; Lucia Cappelli, Università Cattolica MIlano.

# Sulla genesi e lo sviluppo del pensiero matematico di Maria Montessori

## Origins and development of the Maria Montessori's mathematical proposal

Alessandra Boscolo[1], Martina Crescenzi[2], Benedetto Scoppola[3]

[1] *Università di Roma LUMSA*
[2] *Opera Nazionale Montessori*
[3] *Università degli Studi di Roma Tor Vergata*
E-mail: scoppola@mat.uniroma2.it; a.boscolo@lumsa.it; crescenzi.martina@yahoo.com

**Abstract.** The introduction of complex mathematical concepts through perceptual and sensorial hands-on experiences is one of the most relevant aspects of the Montessori method proposal. This article aims to investigate the origins of the Montessori's profound interest for mathematics, studying the history of the education of mathematics, after the unification of Italy, in which her school education took place. Her key concepts and beliefs about the learning of mathematics and, furthermore, the evolution of her proposal will be illustrated through the analysis of her main publications, both the generalist and the specialized ones in the field of mathematics (*Psicoaritmetica* and *Psicogeometria*), and handwritten notes about the lessons of XVI° international course, held in Rome in 1931, which the Opera Nazionale Montessori acquired from her students' archives. Finally, an overview of the actualization of the Montessori method in the contemporary research will be explained, particularly focusing on the neuroscientific discoveries which have proved the effectiveness of the Montessori proposal to empower the cognitive processes involved in the development of mathematical thinking.

**Keywords:** Montessori, Geometry, Mathematics Education, manipulatives-based learning, learner-centered education, hands-on learning, embodied enactive learning.

**Riassunto.** Uno degli aspetti più interessanti della pedagogia montessoriana è la presentazione, attraverso attività percettive e sensoriali, di concetti matematici complessi. In questo lavoro investighiamo, attraverso lo studio della storia dell'educazione matematica nell'Italia unita, le origini del profondo interesse di Montessori per la matematica. Ricostruiamo inoltre le principali convinzioni che ella sviluppò riguardo l'apprendimento di questa disciplina e l'evoluzione della sua proposta, attraverso l'analisi delle sue opere generaliste, delle sue opere più strettamente disciplinari, *Psicoaritmetica* e *Psicogeometria*, e di ciò che possediamo riguardo ai corsi di formazione da lei tenuti, nel particolare le lezioni dattiloscritte del XVI° corso internazionale di Roma del 1931 pervenute all'Opera Nazionale Montessori tramite fondi di allieve. Infine, osserviamo l'attualizzazione del pensiero della scienziata nella ricerca contemporanea e come le recenti scoperte neuroscientifiche abbiano confermato la bontà delle intuizioni montessoriane nel coadiuvare la formazione dei processi cognitivi chiamati in causa nello sviluppo del pensiero matematico.

**Parole chiave:** Montessori, geometria, educazione matematica, apprendimento laboratoriale, apprendimento manipolativo, problemi.

## 1. L'EDUCAZIONE MATEMATICA NELL'ITALIA POST UNITARIA E LA FORMAZIONE SCIENTIFICA DI MARIA MONTESSORI

*L'educazione matematica nell'Italia unita*

Nel periodo post unitario, alla formazione della nazione italiana fece seguito la necessità di creare uno spirito ed una cultura condivisi, su ispirazione del modello francese e tedesco. In questo grande progetto assunse importanza la costruzione di una cultura scientifico-tecnologica nazionale, capace di reggere il confronto con le grandi potenze europee; fu così che questa spinta nazionalista permeò presto anche il campo educativo e in particolare quello della matematica. Intorno alla metà dell'800, un ristretto gruppo di matematici dal «comune sentimento risorgimentale» (Bottazzini 1998, 64), tra i quali Cremona, Betti, Genocchi, sotto la guida di Brioschi, si fece promotore di iniziative di carattere, allo stesso tempo, scientifico e politico, volte alla creazione di «una cultura matematica che potesse porre l'Italia nel rango delle altre nazioni europee» (Bottazzini 1998, 63).

Tra le principali iniziative promosse da questi intellettuali, una riguardava la formazione di una solida cultura scientifica nazionale, con la formazione di nuovi istituti superiori d'istruzione e la riforma della scuola secondaria.

A tale scopo, nel 1862 a Milano, priva fino ad allora di una sede universitaria, vennero fondati due istituti superiori di istruzione: l'Accademia scientifico-letteraria e l'Istituto tecnico superiore. L'Accademia si occupava della formazione degli insegnanti, che rappresentavano gli attori principali del processo di riforma della pubblica istruzione; a tal fine venne espressa l'esigenza di dare spazio agli insegnamenti scientifici, delle scienze positive, al fianco delle discipline umanistiche. L'Istituto tecnico si prospettava invece come l'organo preposto alla formazione degli ingegneri, ovvero di coloro che sarebbero diventati i membri «di una moderna classe dirigente di un paese che si affaccia sulla scena politica europea» (Bottazzini 1998, 67). Non di meno, lo sviluppo dell'insegnamento tecnico risultava fondamentale per la ricchezza pubblica del nuovo Stato.

Alla formazione superiore si affiancava l'esigenza di riformare anche la scuola secondaria, e Brioschi si impegnò nel consiglio superiore della pubblica istruzione «per favorire la riforma dell'insegnamento della matematica nelle scuole secondarie, secondo un programma che era stato delineato con Cremona» (Ivi, 70).

Nel decreto legge Coppino del 1867, venne sancito di differenziare gli obiettivi di insegnamento della matematica, negli istituti di scuola secondaria, conformemente alle finalità delle scuole superiori d'interesse. Così, negli istituti tecnici, l'educazione matematica si porrà l'obiettivo di «fornire ai giovanetti in tempo assai ristretto la maggior somma possibile di cognizioni utili per le applicazioni nelle arti e nei mestieri»[2] (Ivi, 75), mentre l'insegnamento della materia nei ginnasi o nei licei classici dovrà considerarsi «come un mezzo di coltura intellettuale, come una ginnastica del pensiero, diretta a svolgere la facoltà di raziocinio, e ad aiutare quel giusto e sano criterio che serve di lume per distinguere il vero da ciò che ne ha soltanto l'apparenza» (Ibidem).

All'interno di questo complesso di riforme, si fece evidente la carenza di validi libri di testo di matematica elementare, originali italiani, adatti a perseverare questi obiettivi. Seguendo l'esempio delle pratiche scolastiche inglesi, per sopperire a questa mancanza venne proposta una re-introduzione, all'interno dei programmi d'insegnamento della V ginnasio e I e II Liceo, degli *Elementi* di Euclide. Gli *Elementi* di Euclide venivano infatti considerati come «il più perfetto modello di rigore geometrico» (Ibidem) sul quale i giovani studenti dovevano formarsi, per abituarsi al ragionamento matematico rigoroso. Regnava infatti la convinzione che «insegnata col metodo degli antichi, la geometria è più facile e più attraente che non la scienza dei numeri», e quindi più adatta ad un insegnamento elementare. Inoltre, questo esplicito richiamo al rigore, si poneva in netta contrapposizione alla vigente prassi scolastica, che prediligeva un'impostazione metodologica di tipo algebrico-geometrico (introdotta da Legendre) che sostituiva «alle grandezze concrete […] le loro misure» (Bottazzini 1998, 76) e trattava fatti geometrici come pure formule algebriche. Per dare corpo a questo progetto di riforma, venne pubblicata nel 1868 una edizione degli *Elementi* di Euclide a cura di Betti e Brioschi, conforme ai programmi, intitolata *Gli Elementi di Euclide con note, aggiunte ed esercizi ad uso dei ginnasi e dei licei* (Betti e Brioschi 1867), una ripresa del progetto che Filippo Corridi concretizzò nel 1836 con la pubblicazione della sua versione degli *Ele-*

*menti di Euclide* (Firenze, Piatti), con la quale si proponeva di interrompere la sudditanza della geometria all'aritmetica, restituendo importanza alla geometria euclidea a fianco di quella analitica del metodo di Legendre, che l'aveva soppiantata (Pepe 2006).

Sulla *Gazzetta Ufficiale del Regno d'Italia* del 24 ottobre 1867 Cremona, che non compare fra gli autori dell'edizione ma aderì e coadiuvò l'impresa, suggellò il progetto scrivendo:

> Presso di noi, l'introduzione dell'Euclide nelle scuole ha reso un altro grandissimo servigio: quello di sbandire innumerevoli libercoli, compilati per pura speculazione, che infestano appunto quelle scuole dove è maggiore pei libri di testo il bisogno del rigore scientifico e della bontà del metodo. Sgraziatamente in Italia i libri cattivi sono quelli che si vendono a miglior mercato, epperò hanno fortuna.

*La formazione scientifica di Maria Montessori*

È in questo fermento nazionale di ritrovato interesse per una solida cultura matematica di base, imperniata sul ruolo centrale della geometria euclidea, concepita come la più naturale e formativa introduzione alla matematica per il discente, che si inserisce la formazione di Maria Montessori.

Ella studiò in una scuola governativa, la Regia scuola tecnica "Michelangelo Buonarroti", della quale fu una delle prime diplomate donne nel 1886.

In una nota biografica rara:

> Giovinetta verso i 14 anni, [andai] in una scuola secondaria maschile, appunto perché per le donne non c'erano altre vie aperte che quelle dell'educazione che non mi attraevano. Così, arrampicandomi per vie incerte, iniziai i miei studi di matematica, con l'intenzione primitiva di diventare un ingegnere, poi un naturalista e infine mi fissai sugli studi di medicina. (Honegger Fresco 2007)

In seguito, Montessori proseguì la sua formazione al Regio istituto tecnico "Leonardo da Vinci", uscendone con ottimi risultati; con tutta probabilità, qui studiò sul libro degli *Elementi* di Betti e Brioschi. Nel 1890 ella continua gli studi all'università ottenendo il diploma biennale alla sezione di scienze fisiche e matematiche e naturali per poi iscriversi a medicina ed iniziare un percorso non privo di ripensamenti ma ricco di passione e soddisfazioni.

*Un contesto culturale prolifico*

Che lo spiccato interesse di Montessori per la matematica sia, oltre che un'intima affinità con la materia, figlio del suo tempo è testimoniato dalla profonda riflessione intorno alla matematica maturata a cavallo fra i due secoli, in cui spicca, in particolare, il contributo alla didattica della matematica fornito dal matematico italiano Federigo Enriques (1871-1946), per lo più rivolto alla scuola secondaria, permeato da uno spirito affine a quello descritto e condiviso da Montessori. Non a caso, nel 1892 Enriques, dopo aver effettuato l'università e il perfezionamento a Pisa con maestri quali Enrico Betti, Ulisse Dini, Vito Volterra, frequentò a Roma il corso di Luigi Cremona. Citando Luciano e Tealdi «Facendo sua una posizione ampiamente condivisa dalla comunità matematica italiana post-risorgimentale, Enriques attribuisce all'istruzione scientifica una duplice finalità: formativa e strumentale.» (Luciano e Tealdi 2012, p.186) Possiamo riconoscere dei fondamentali punti di contatto nelle concezioni didattiche di Enriques e Montessori, nonostante i due studiosi si siano occupati prevalentemente di differenti gradi scolastici, dimostrazione peraltro della trasversalità delle loro concezioni riguardo l'apprendimento della matematica. Nei suoi contributi, di poco successivi a quelli di Montessori, anch'egli rivolse particolare interesse alla geometria, che costituiva del resto il suo campo di ricerca come matematico all'Università degli Studi di Bologna prima e all'Università degli Studi di Roma La Sapienza successivamente, rimarcando l'importanza di affrontare la disciplina, oltre che negli aspetti logici e di ragionamento, in quelli di tipo storico e intuitivo:

> Se le matematiche vengono così spesso riguardate come inutile peso dagli allievi, dipende in parte almeno dal carattere troppo formale che tende a prendere quell'insegnamento, [..], da una critica analitica eccessiva e fuori di posto, della quale invero basterebbe ritenere il risultato sintetico che pone nell'esperimento la base della geometria, [..] al fatto che le matematiche siano studiate come un organismo a sé, riguardandone piuttosto la sistemazione astratta conseguita dopo uno sviluppo secolare, che non l'intima ragione storica. (cit. in Castelnuovo 2017)

Come Montessori, Enriques evidenzia la centralità dell'"osservazione sensibile", che costituisce «l'elemento propulsore fondamentale per porre domande, le quali prendono la forma di problemi, e indica al contempo la via per ottenere la risposta», e ribadisce l'importanza di presentare e soffermarsi a lungo su casi esemplificativi, concreti, che formeranno la base per la creazione di modelli astratti e di una sensibilità matematica (Castelnuovo 1947). I due condividono peraltro alcune convinzioni riguardo aspetti metodologici dell'educazione alla matematica. Per prima cosa, l'importanza dell'esperienza diretta per l'apprendimento e di un coinvolgimento attivo e partecipe dello studente per sviluppare un pensiero nel quale convergano intuizione (mente creativa) e rigore. Come sottolineato da Speranza, secondo Enriques «la conoscenza si forma attraverso un'interazione fra strutture mentali ed esperienza: sono le prime a organizzare l'esperienza, ma questa a sua volta influisce sullo sviluppo delle strutture mentali» (Speranza 1992). Inoltre, nel saggio *Sulla spiegazione psicologica dei postulati della Geometria* (Enriques 1901) il matematico afferma: «il sapere non è un dono che l'uno possa fare e l'altro ricevere passivamente, bensì una conquista che ciascuno deve fare o rifare per proprio conto» (cit. in Carruccio 1966). In ultimo vogliamo riportare due convinzioni, fondamentali anche nell'opera montessoriana, che emergono nel pensiero educativo di Enriques:

> l'educazione intellettuale deve ridurre al minimo la scienza da imparare; s'inciti il giovane a lavorare su pochi dati ed a trovare da sé ciò che per avventura gli manchi; si avvezzi quindi a saper valutare i mezzi che gli si porgono in rapporto agli scopi proposti [...] Se un difetto può trovarsi talvolta [nei trattati universitari], nei riguardi didattici, è che l'esposizione perfetta lascia meno allo sforzo dell'allievo, o che il rigore logico nasconde in parte la genesi delle idee. Anche l'esatta formulazione delle restrizioni che si richiedono nell'enunciato dei teoremi, può togliere la veduta della genesi delle idee, e perfino l'intelligenza del loro valore. (cit. in Speranza 1992)

Oltre che per la discussione più strettamente disciplinare, senza dubbio quelli a cavallo fra il XIX e il XX secolo sono stati anni estremamente rilevanti anche per le esperienze educative e pedagogiche che in Europa, e non solo, hanno messo al centro dell'educazione, soprattutto in riferimento ai primi anni di istruzione, il ruolo dell'esperienza, come interazione fra il bambino e l'ambiente che lo circonda, anche a seguito del successo delle teorie costruttiviste di John Dewey (1859-1952), accompagnate anche da quelle di Georg Kerschensteiner (1854-1932) ed Edouard Claparède (1873-1940). Il padre della cosiddetta "scuola attiva" dedicò peraltro interesse specifico anche all'insegnamento disciplinare della geometria (Dewey, 1903).

Importanti tracce le troviamo, per esempio, in Germania con Friedrich Froebel (1752-1852), inventore del giardino dell'infanzia (*kindergarten*), in Svizzera con le esperienze di Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827) e, solo successivamente, in Belgio con Ovide Decroly (1871-1932), in Italia con le sorelle Agazzi (1866-1951, 1870-1945) e Maria Montessori che, abbracciando a pieno questa prospettiva, ideò in particolare una vastità di materiali volti all'esperienza matematica.

È a partire da queste teorie che, agli inizi del Novecento, nacque l'idea di integrare nella pratica scolastica il "Laboratorio di Matematica", soprattutto in riferimento alla scuola dell'infanzia e primaria (Giacardi 2011; Maschietto 2015). In questo periodo storico si aprì una discussione internazionale che vide coinvolti didattici, pedagogisti e importanti matematici (come ad esempio John Perry a Londra, Eliakim Hastings Moore in America, Émile Borel e Jules Tannery in Francia, Felix Klein in Germania) e che fu parte anche del IV Congresso Internazionale dei Matematici, tenutosi a Roma nel 1908, nella sezione dedicata alla didattica della matematica, di cui Giovanni Vailati (1863-1909) fu organizzatore. Vailati teorizzò la "scuola-laboratorio" in Italia, mosso dalla convinzione che l'insegnamento trasmissivo della matematica fosse inefficace, sostenendo invece la bontà di un'impostazione sperimentale e operativa, soprattutto nella geometria. Nel progetto di riforma della Commissione Reale, al quale collaborò ma che non venne mai varato, promuoveva una matematica da "praticare" e solo successivamente da sistematizzare in una teoria, presentando, in prima istanza, gli enunciati come problemi e ricercando l'unità delle matematiche (aritmetica, algebra e geometria) basata sulla costruzione di forti connessioni interne (Giacardi 2011). Le idee sviluppate in questa direzione, che presentano alcuni importanti punti di contatto con quelle Montessoriane, vennero riprese con forza da Emma Castelnuovo (1913-2014) e si presentano estremamente attuali, trovando recentemente spazio anche nelle esperienze didattiche di importanti gruppi di ricerca (e.g. Bartolini Bussi *et al.* 2010; Bartolini Bussi *et al.* 2018) e nelle politiche educative nazionali. Leggiamo infatti l'esplicito riferimento al Laboratorio di Matematica, come elemento fondamentale da integrare nella pratica scolastica, all'interno del documento programmatico Materiali UMI-CIIM Matematica 2003 e nelle Indicazioni Nazionali (Indicazioni Nazionali, MIUR 2012, 49, riprese in Nuovi Scenari, MIUR 2018, 8):

> In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive. (MIUR 2012, 49)

Possiamo perciò concludere che è perfettamente affine al sentimento di questi anni lo spiccato interesse di Maria Montessori per l'insegnamento della geometria e la sua proposta di creare materiali che forniscono una base geometrica all'introduzione dell'aritmetica elementare, con i quali lo studente possa esperire in modo diretto e attivo.

## 2. IL CONTESTO STORICO-CULTURALE ALLA BASE DEL XVI° CORSO INTERNAZIONALE

La formazione matematica di Montessori basata sugli elementi di Euclide, la sua esperienza trentennale nell'attenta osservazione del bambino e la crescente attenzione ad un insegnamento delle scienze matematiche più concreto hanno indirizzato il nostro lavoro all'approfondimento scientifico-pedagogico di alcune conferenze dell'ultimo corso internazionale Montessori tenutosi a Roma nel 1931 prima della seconda guerra mondiale. All'interno di queste conferenze viene enfatizzato il carattere innovatore della proposta montessoriana, successivamente confermato dalle recenti ricerche neuroscientifiche e pedagogico-didattiche attuali.

L'humus storico-culturale del corso internazionale del 1931, diretto da Maria Montessori, è quello dell'Italia fascista, in particolare nel momento in cui l'istruzione veniva fortemente controllata. Dal primo incontro personale con Mussolini avvenuto nel 1924, Montessori aveva visto «compiere [...] il miracolo atteso invano per tanti e tanti anni» di veder riconosciuta la sua grande opera di liberazione del bambino.

Sino agli inizi degli anni trenta infatti vennero aperte molte scuole a metodo – in quel momento, secondo una statistica riportata dal periodico dell'Opera Nazionale Montessori (ONM) intitolato "Montessori", circa 520, comprese sia quelle che adottarono completamente il metodo, sia quelle che lo adottarono parzialmente. Nel 1924 fu fondata l'ONM e nel 1929 l'Association Montessori Internationale (AMI); in questo stesso anno venne anche fondata la Regia Scuola di Metodo Montessori. Tale supporto iniziò a scemare proprio all'alba del corso internazionale del 1931, che ebbe inizio in gennaio con poco risalto. Non furono infatti offerti tutti gli onori dedicati all'apertura del corso del 1930, inaugurato al Campidoglio alla presenza delle più importanti personalità del governo. Gli insegnanti italiani inoltre non videro garantita la loro partecipazione gratuitamente, grazie ai contributi del ministero educazione nazionale. Nonostante questo, il numero degli iscritti fu consistente: 91 furono i diplomati tra cui 8 italiane; 19 invece le abilitate al parallelo corso nazionale. Le nazioni interessate furono 22: il numero maggiore di allievi proveniva dalla Germania a dimostrazione del fatto che, in quel periodo, tale nazione era molto sensibile al metodo.

### *I fondi e le tematiche affrontate nel corso internazionale del 1931*

Dobbiamo lo studio approfondito che seguirà alla comparazione di tre fondi, presenti all'Opera Nazionale Montessori, rappresentati da appunti dattiloscritti appartenenti ad alcune allieve della dottoressa Montessori. Nel particolare: Flaminia Guidi (1905-2006), Gianna Gobbi (1919-2012) e tramite l'Archivio dell'attuale Liceo Statale Montessori di via Livenza a Roma, probabilmente Maria Teresa Adami Marchetti (1921-2009), in quanto direttrice della Scuola Magistrale Montessori dalla sua riapertura nel 1953.

Guidi, Gobbi e Adami Marchetti avevano tutte frequentato il corso Montessori semiclandestino del 1939 all'"Istituto Nazareth" di Roma in via Cola di Rienzo. Il corso fu organizzato in accordo con AMI, mentre Montessori si trovava in India e proprio da lì firmò i diplomi ricevuti tramite il Vaticano. Tale corso fu frequentato per più di otto mesi da circa 30 persone "come nelle catacombe": la parte teorica venne affidata ad Adele Costa Gnocchi (1883-1967) che si ispirò al corso internazionale del 1930 di Roma mentre, la parte tecnica sull'uso del materiale fu presentata magistralmente da Maria Antonietta Paolini (1907-2000). La Paolini seguiva Montessori da tempo, anche in giro per il mondo: ella si era diplomata al corso internazionale del '30 e aveva partecipato anche a quello del '31 "per approfondire".

L'intuizione interessante dunque è che i tre fondi sono stati forniti a Guidi, Gobbi e Adami Marchetti dalla stessa Paolini che seguì il corso del 1931.

Tali fondi risultano essere pressoché identici nei contenuti, indicando questo la provenienza di tali conferenze da una unica fonte originale. Sola nota di diversità, gli interessanti appunti delle allieve a margine.

Inizialmente si è proceduto alla comparazione con quello che può essere definito la "cronaca ufficiale" del XVI° corso internazionale ovvero, il periodico dell'ONM *Montessori*: nato nel gennaio del 1931 con lo scopo primario di documentare lo svolgimento del corso vide il suo termine nel giugno dello stesso anno. La curatrice fu una delle prime allieve della dottoressa marchigiana, Giuliana Sorge con l'aiuto di altri fedeli collaboratori, tra cui Mario Montessori. Da tale confronto emerge l'assoluto rispetto del susseguirsi delle tematiche e dunque dell'esatta numerazione delle conferenze. Dei tre fondi sopracitati, abbiamo a disposizione 45 conferenze su 51. La prima fu realizzata giovedì 21 gennaio 1931 mentre l'ultima venerdì 26 giugno 1931.

Per quanto concerne le tematiche, Montessori dedicò le prime cinque ad argomenti che introducono alla pedagogia scientifica a partire dalla biologia. Tali argomenti, tra cui la difesa dell'essere umano, saranno ripresi più avanti. Proseguì poi con un gran numero di conferenze, quasi una decina, sull'importanza del movimento. Di seguito, il materiale sensoriale per il raffinamento del senso visivo (gli incastri solidi e le spolette dei colori), uditivo (i campanelli), tattile (le tavolette del liscio e del ruvido, la cassettiera delle stoffe, le tavolette bariche e le bottigliette del caldo-freddo) e l'aritmetica intervallata dalla grammatica (a cui dedica molto spazio). In ultimo, la geometria.

Da una prima lettura risulta già evidente la forte commistione tra movimento, sensorialità, matematica e geometria, tipica della metodologia montessoriana. Ed è proprio nelle conferenze prese in esame da questo lavoro, che la collaborazione di tali aree di apprendimento appare più evidente. La lezione n° 44 di 7 pagine e la n° 45 di 6 pagine sulla geometria saranno quelle principalmente analizzate alla luce delle importanti affermazioni e metodologie esplicitate dalla dottoressa, ancora oggi poco approfondite a livello didattico. Nella nostra trattazione abbiamo anche preso in considerazione le conferenze n° 14 sul movimento di 10 pagine e la n° 27 di 10 pagine, quest'ultima sul sistema decimale.

## 3. LE IDEE DI MONTESSORI RIGUARDO ALLA MATEMATICA E L'EVOLUZIONE DEL SUO PENSIERO

Come abbiamo visto nelle precedenti sezioni, l'interesse di Montessori per la matematica risale ai tempi della sua adolescenza, e nei corsi che tenne nei primi anni trenta i temi matematici sono presentati in modo piuttosto approfondito. È possibile studiare come, negli scritti di Montessori precedenti a queste conferenze, le idee matematiche siano presentate in modo alquanto diverso rispetto ai libri pubblicati a Barcellona nel 1934.

Questo è interessante principalmente per due motivi. Innanzitutto mette in luce, almeno riguardo questi temi molto disciplinari, il modo di lavorare di Montessori, rappresentando una traccia della costante attenzione critica che ella rivolgeva al suo metodo, guidata da un atteggiamento profondamente sperimentale. In secondo luogo si può osservare come, nell'evoluzione del suo pensiero, mostri di fare continuamente i conti con la realtà della scuola.

È ben noto come l'osservazione dei bambini al lavoro rappresenti la principale guida per l'insegnante nella proposta pedagogica di Maria Montessori (Lillard 2017). Ne sono un esempio alcuni materiali proposti da Montessori, come le attività parallele che si possono effettuare con gli incastri di ferro per il disegno geometrico, le cui finalità previste si sono arricchite nel corso degli anni. Il materiale consiste in un insieme di cornici di ferro in cui sono inserite diverse figure geometriche ad incastro. Il bambino può utilizzare le cornici e gli incastri come guida per il disegno e, dopo aver ottenuto in questo modo delle precise realizzazioni di figure geometriche, le riempie di colore. [Fig. 1]

**Figura 1.** Incastri di ferro.

All'interno di *Psicogeometria*, dopo aver presentato in dettaglio il ricchissimo lavoro creativo che questi materiali possono guidare, Montessori dichiara di aver concepito inizialmente gli incastri di ferro come materiale propedeutico alla scrittura, e di essersi accorta soltanto successivamente che quel materiale «*è uno dei veri insegnamenti di geometria*» (Montessori 2011,7). In particolare si osserva che il lavoro che il bambino fa per riempire di colore le figure geometriche fornisce una conoscenza pratica e motoria di fondamentali caratteristiche delle figure stesse. Mentre nell'idea iniziale dell'autrice questa attenzione al disegno costituiva un motivo per imparare a tenere la matita o la penna, la pratica didattica le ha suggerito questo importante scopo indiretto del materiale.

Ma c'è di più: nella complessa evoluzione della proposta su questi temi matematici, Montessori mostra di fare i conti fino in fondo con i problemi concreti della scuola, e in particolare degli adulti che vi lavorano. Ella cerca di fornire ai docenti, probabilmente consapevole dei limiti della loro formazione matematica e delle difficoltà incontrate nell'insegnamento di questa disciplina, degli strumenti sicuri per permettere al bambino di sviluppare autonomamente le sue potenzialità. Nel fare questo, ci mostra come sia possibile realizzare una proposta disciplinare in cui l'adulto crea un percorso pedagogico significativo ma è il bambino il principale attore del processo di apprendimento.

Oltre che ad aiutarci nel comprendere l'approccio scientifico sperimentale che Montessori utilizzava nello sviluppare la sua pedagogia, gli appunti delle lezioni del 1931 si presentano particolarmente preziosi per la chiarezza con la quale vengono esplicitati i fondamenti della sua proposta rispetto all'apprendimento della matematica, molto più chiaramente di quanto Montessori effettua sia nelle opere generaliste precedenti, come ne *L'Autoeducazione*, che nelle opere disciplinari posteriori, *Psicoaritmetica* e *Psicogeometria*. Vediamo più in concreto alcune di queste idee fondamentali.

Una sua forte convinzione riguardo all'apprendimento della matematica, chiara in tutta la sua opera ma riportata esplicitamente, per quello che ne sappiamo, solo nelle lezioni del 1931, è l'ispirazione storica della proposta pedagogica, che prevede un forte legame tra aritmetica e geometria nella presentazione dei contenuti matematici.

Montessori sottolinea in queste lezioni l'importanza di rendere accessibile ai bambini la genesi delle cose, rimarcando come l'apprendimento della disciplina debba tenere conto dell'origine storica e dello sviluppo dei concetti matematici. Motiva così la necessità di assumere un atteggiamento euclideo nell'insegnamento, legando indissolubilmente geometria e aritmetica, mimando il percorso storico di sviluppo della matematica.

L'idea di legare fortemente questi due settori disciplinari della matematica è presente già nelle sue prime opere. Le aste numeriche, il primo materiale che viene presentato nella Casa dei Bambini per introdurre il concetto di numero intero, sono un materiale di forte contenuto geometrico, che lega il numero alla misura del segmento; il materiale del sistema decimale rappresenta le potenze di 10 che sono alla base del nostro sistema di notazione posizionale in termini di figure geometriche; il materiale del cerchio è particolarmente ricco di significati perché, accanto al suo ovvio utilizzo per introdurre ai bambini il concetto di angolo e la sua misura, viene utilizzato anche per proporre le idee di frazione e di numero decimale.

*Il materiale del triangolo diviso*

Veniamo adesso a considerare la principale caratteristica emersa dallo studio delle opere, disciplinari e generali, e dai dattiloscritti delle conferenze del 1931: l'evoluzione del pensiero montessoriano riguardo le attività proposte, avvenuta attraverso il costante lavoro sperimentale e di studio che ella ha condotto in vita. Lo faremo presentando un esempio emblematico, l'evoluzione del materiale del triangolo diviso.

Il materiale, presente nella proposta geometrica di Montessori già dalla prima edizione de *L'Autoeducazione* del 1916, consta di quattro incastri di metallo, formati da una cornice, esternamente di forma quadrata, che presenta un incavo che ha la forma di un triangolo equilatero. In questo incavo si possono incastrare perfettamente un triangolo equilatero intero, sempre realizzato in metallo e fornito di un pomellino per la presa, due triangoli rettangoli simmetrici, ottenuti dividendo il triangolo equilatero secondo la sua altezza, tre triangoli isosceli ottusangoli, ottenuti connettendo il centro del triangolo equilatero con i suoi tre vertici, e quattro triangoli equilateri con il lato pari alla metà del triangolo intero, ottenuti congiungendo i punti medi di ogni lato. Le cornici, tutte uguali tra loro, sono colorate in verde ed hanno il fondo bianco. I vari triangoli sono colorati in rosso. [Fig. 2]

È molto interessante notare che il materiale del triangolo diviso è il primo presentato nell'ultima sezione de *L'Autoeducazione* riguardante la geometria, che inizia con questa frase: «Il sistema della geometria ha ancora degli altri materiali, ma di minore importanza» (Montessori 2018). Oltre al triangolo diviso, l'altra serie di materiali "di minore importanza" a cui Montessori si riferisce è quella relativa alle figure inscritte e circoscritte.

Nel testo del 1916, il materiale del triangolo viene proposto per effettuare uno studio analitico delle figure, misurandone gli angoli, constatando il fatto che la somma degli angoli interni di un triangolo è sempre di 180 gradi, notando la similitudine tra il triangolo intero e quello di valore ¼, e il fatto che gli angoli dei triangoli simili sono a due a due uguali.

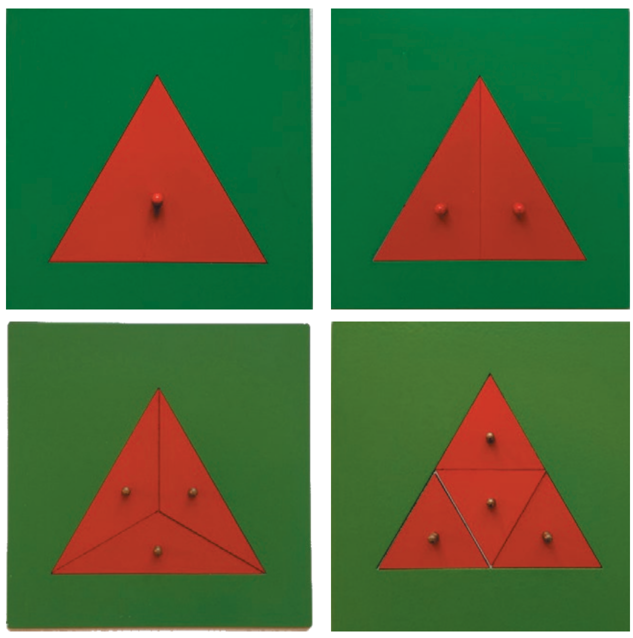

**Figura 2.** Il materiale del triangolo diviso.

Unico indizio dello sviluppo riguardo al materiale del triangolo diviso, che comparirà nelle conferenze e in *Psicogeometria*, è la figura 31 de *L'Autoeducazione* (Montessori 2018), in cui compare la costruzione dell'esagono grande, che descriveremo tra poco. Non abbiamo però testimonianze scritte di lavoro su questo materiale nei successivi quindici anni.

Sembra ragionevole pensare che l'attività relativa a questo materiale si sia modificata alla fine degli anni 20, perché nei cataloghi dei materiali di quel periodo non appare quello descritto nel testo delle lezioni del 1931: si veda a questo proposito *Il Materiale Montessori*, Grazia Honegger Fresco, 1993. Il catalogo della Philip and Tacey di Londra, fino alla sua edizione del 1930, riporta solo il materiale riguardo al triangolo che abbiamo appena descritto, e lo stesso vale per i cataloghi Gonzaga. Questo sembrerebbe testimoniare la subalternità del materiale del triangolo rispetto alle altre attività descritte ne *L'Autoeducazione*.

Il triangolo diviso, nel corso del 1931, è invece il protagonista assoluto.

Prima di descrivere le attività presentate nelle conferenze n° 44 e 45, è opportuno tentare di ricostruire la genesi di questa straordinaria proposta a partire dalle parole introduttive di quelle stesse lezioni.

Dopo aver descritto il triangolo e le sue suddivisioni, l'attività viene presentata accompagnata dalle seguenti indicazioni:

> Non si tratta di vedere queste parti diverse, perché allora basterebbe vedere o definire queste linee e questi triangoli. Noi invece diamo una regola di un procedimento la quale non solo fa vedere queste diverse cose, ma ci mette una specie di ordine nell'osservazione […] Se si osservasse senza metodo alcuno, non si potrebbe afferrare nessuna verità nello studio. […] Allora quando diciamo che questo è soltanto un metodo di osservazione è evidente che quello che ci serve è di permanere su queste cose e non fuggire via quando si è capito qualche cosa, perché non è questo lo scopo, ma invece noi cerchiamo di far sorgere una attitudine dello spirito; che è il fatto di lavorare e dunque chi osserva si sofferma.

Dopo decenni di osservazione, Montessori si è resa conto che coltivando quella naturale attitudine dello spirito che è la curiosità, i bambini possono seguire ragionamenti anche più complessi di quelli che l'adulto inizialmente aveva ipotizzato. E per coltivare quella naturale attitudine il metodo è semplicemente quello di «non fuggire via», aspettando che il materiale si riveli.

Che la straordinaria evoluzione che ha riguardato il materiale del triangolo sia guidata da queste convinzioni, accompagnata da una notevole competenza matematica dell'autrice ma, soprattutto, da una scrupolosa e rispettosa osservazione dei bambini, è chiarito anche nella frase successiva:

> Si possono fare tanti ragionamenti su queste basi. Se io espongo i ragionamenti che vengono più facilmente innanzi non chiudo la porta a coloro che vogliono osservare, ma ciascuno può fare le sue osservazioni. Adesso io cercherò di condurre attraverso un cammino di osservazione delle figure e di descrivere gli incontri che si possono fare, incontri fatti che non ci eravamo prefissi di trovare. Appunto il metodo di questo studio non parte dal punto di vista comune di fissare dei punti di arrivo e di spiegarli, ma cerca di dare i mezzi per procedere e veramente si potrebbe chiamare questo materiale una palestra per la ginnastica mentale.

Segue, in questa conferenza e in quella successiva, una dettagliata descrizione di un percorso tutt'altro che banale, che coinvolge anche materiali che non erano presenti nella proposta originale: suggerimenti d'osservazione che conducono a veri e propri risultati di carattere matematico, attraverso deduzioni che posseggono un rigore dimostrativo eppure congruo alla maturità degli studenti cui è rivolta l'attività. Il percorso, da effettuare con il materiale del triangolo diviso, per prima cosa riprende costruzioni già illustrate ne *L'Autoeducazione*, che sono quelle ritenute «più facili» da Montessori, e coinvolgono due esagoni, in rapporto fra loro, costruiti con le porzioni del triangolo diviso.

I due esagoni sono realizzati nel modo seguente: il primo, a sinistra, si ottiene attraverso i quattro triangolini equilateri relativi all'ultima suddivisione del triangolo, a cui vengono aggiunti altri due triangolini uguali, che in un altro incastro formano un rombo; il secondo, a destra, attraverso il triangolo intero, al quale vengono aggiunti i tre triangoli isosceli ottusangoli che compongono la divisione in tre del triangolo equilatero [Fig. 3].

Successivamente, servendosi di nuovi materiali, che sembrano essere stati creati nel frattempo (una cornice esagonale che contiene esattamente l'esagono più gran-

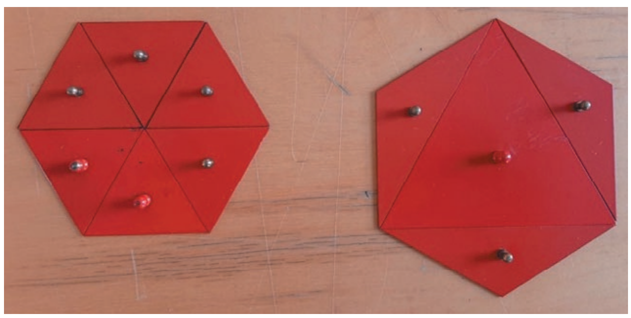

**Figura 3.** I due esagoni costruiti con le porzioni dei triangoli equilateri divisi.

de, che non è presente nemmeno oggi, e un secondo materiale, che era assente nei cataloghi degli anni venti, ma che è pervenuto ai giorni nostri: il triangolo inscritto nel cerchio [Fig. 4]), si propone una catena di osservazioni e deduzioni. Innanzitutto si vede che l'esagono più piccolo ha un'area pari a un triangolo intero più un rombo, quindi un triangolo e mezzo, mentre l'esagono più grande ha un'area pari a due triangoli. Poi si osserva che il triangolo inscritto nel cerchio è pari a metà dell'esagono piccolo, esattamente come il triangolo grande è metà dell'esagono grande. Dunque il triangolo inscritto nel cerchio è pari a tre quarti del triangolo intero. Questo triangolo da tre quarti ha poi il lato uguale all'altezza del triangolo intero. I triangolini, che hanno il lato uguale a metà del triangolo intero, valgono ovviamente un quarto di quest'ultimo. Giungiamo dunque alla straordinaria conclusione di questo percorso: il triangolo equilatero costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei triangoli equilateri costruiti sui cateti. Si tratta di una variazione del teorema di Pitagora, dimostrata nel caso particolare fornito dal materiale preso in esame [Fig. 5], dove i cateti del triangolo rettangolo sono uno l'altezza e l'altro la metà del lato di uno stesso triangolo equilatero.

È interessante notare che nella conferenza n°45, troviamo trascritte le seguenti parole:

> Il triangolo rettangolo ci conduce nell'ultima lezione al teorema di Pitagora sui triangoli. Questo teorema spiegato così con i triangoli che sono sui lati del triangolo rettangolo poteva a loro sembrare un passo un po' ardito, ma siccome ci si arriva con evidenza, con ragionamenti fatti su figure, non è cosa lontana dalle possibilità del raggiungimento.

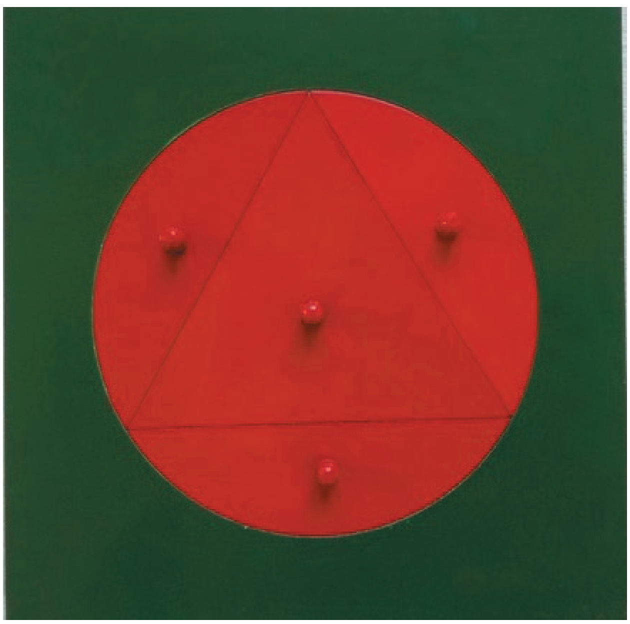

**Figura 4.** Triangolo inscritto nel cerchio.

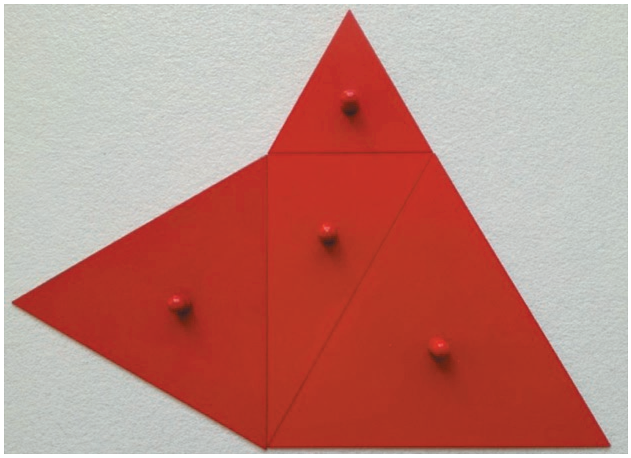

**Figura 5.** Variazione del Teorema di Pitagora.

La lezione precedente, con la sua inaspettata conclusione, deve aver sorpreso i corsisti, che probabilmente hanno ritenuto l'argomento troppo complesso.

Montessori deve aver compreso che lasciare la guida del percorso all'adulto poteva corrispondere alla perdita di questo bellissimo argomento di geometria materiale. Ipotizziamo che, a partire da questa constatazione, ella possa aver percepito la necessità di creare un percorso disciplinare che si presentasse in una forma più stabile e chiara, che la formazione dovesse essere in questo caso affidata ad un riferimento scritto più puntuale.

*I Problemi in Psicogeometria*

Tre anni dopo, nel 1934, al termine di una serie di avvenimenti piuttosto drammatici, tra cui la comparsa di un manipolo di camicie nere all'inizio del corso successivo e la conseguente fuga di Montessori in Spagna, compaiono le uniche due opere strettamente disciplinari pubblicate da Montessori, *Psicoaritmetica* e *Psicogeometria*.

Il percorso sviluppato con il materiale del triangolo diviso nel dattiloscritto di *Psicogeometria* è presente nel capitolo 4, intitolato "Il triangolo". La presentazione è molto simile a quella della lezione del 1931, con un'importante differenza: l'argomento è presentato in termini di "problemi". Un problema in *Psicogeometria* è una relazione in termini di aree, da scoprire attraverso il materiale. Questa relazione viene suggerita da un grande foglio, chiamato appunto "problema", nel quale sono rappresentate equivalenze di figure, o porzioni di figure,

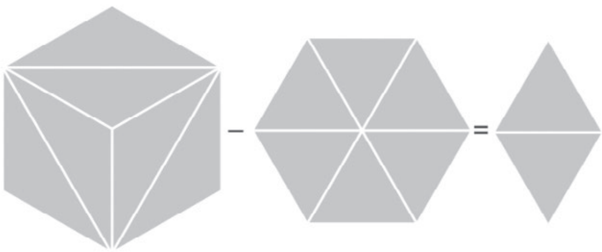

**Figura 6.** Problema Materiale ONM.

singolarmente oppure in gruppi congiunti dai simboli aritmetici +, - ed =, che hanno le dimensioni esattamente uguali a quelle del materiale.

Nella figura sono riportati due "problemi": il primo [Fig. 6] è la foto di un foglio di cartoncino reale, posseduto dall'Opera Montessori, in cui si osserva il valore in termini di rombi del triangolo intero e dell'esagono piccolo, il secondo [Fig. 7] è una illustrazione tratta da *Psicogeometria*, in cui si mostra il rapporto tra l'esagono grande e quello piccolo.

L'idea di "problema" è notevolissima: in classe, l'insieme dei problemi si presenta come un grande plico, contenente moltissimi fogli, a disposizione degli studenti. Il bambino sceglie liberamente il problema che vuole scoprire, prende i materiali che ritiene gli siano necessari, e dimostra le equivalenze semplicemente sovrapponendo i materiali al disegno, un po' come ha fatto, alcuni anni prima, con i materiali degli incastri piani ed i relativi cartelli. L'attività, però, si differenzia molto da quella con gli incastri piani; nell'introduzione ai problemi in *Psicogeometria*, Montessori scrive:

> È facile trovare molte equivalenze, con lo spostamento dei pezzi del materiale: e anche equivalenze di gruppi: ciò porta insieme somme e sottrazioni. Le cornici, le sovrapposizioni dei pezzi ecc. danno prove evidenti di corrispondenze di valore. Noi però vogliamo fare un altro lavoro: cioè un lavoro di ragionamento, anziché di sola constatazione materiale" nel quale "si deve descrivere ciò che si vede ed esporre delle ragioni (Montessori 2012, p.81)

Perciò gli studenti sono chiamati ad effettuare un duplice lavoro: il primo è quello di verificare le equivalenze rappresentate nei problemi utilizzando il materiale creato; il secondo è quello di trovare le parole per argomentare le constatazioni effettuate con il materiale.

Il bambino è l'assoluto protagonista del suo processo d'apprendimento, l'adulto deve semplicemente resistere alla tentazione di sostituirsi, e «deve dare quel poco che bisogna dare», come viene detto nella conferenza n°45, che è la nomenclatura, per permettere di comunicare quello che si è scoperto.

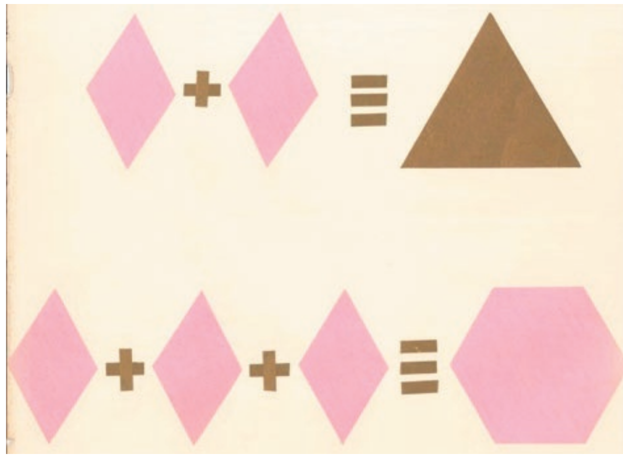

**Figura 7.** Problema tratto da Psicogeometria.

Leggendo le parole di Montessori, attraverso le sue opere e gli appunti delle conferenze, si ha l'impressione che ella abbia temuto che gli insegnanti, ritenendo un simile percorso di geometria troppo ardito, non lo avrebbero sottoposto ai bambini. Ella ha perciò fornito il materiale dei problemi, cioè questo grande insieme di disegni rappresentanti equivalenze da dimostrare con l'ausilio dei materiali, come una chiave per permettere loro una libera sperimentazione, autonoma e indipendente dal pregiudizio adulto.

## 4. LE CONFERME DALLE NEUROSCIENZE E DALLA PSICOLOGIA COGNITIVA E I RECENTI SVILUPPI IN DIDATTICA DELLA MATEMATICA

Le scoperte della psicologia e delle neuroscienze cognitive degli ultimi decenni hanno suffragato la tradizionale visione dicotomica cartesiana, dando nuovo vigore alle prospettive educative, come quella Montessoriana, che hanno attribuito massimo rilievo all'interrelazione fra percezione-azione e concettualizzazione nei processi di apprendimento (come anche i costruttivisti Jerome Bruner (1915-2016) e Jean Piaget (1896-1980), o altri pilastri dell'educazione matematica come Emma Castelnuovo), attribuendo un'importanza sostanziale all'esperienza nel rapporto fra il proprio agire e l'ambiente circostante, dando particolare rilievo al ruolo giocato dall'attenzione.

### *Azione e percezione nell'apprendimento*

«Io non considero nell'educazione la parte che riguarda il movimento come un inizio oppure come una integrazione, ma la considero come la parte fondamentale»: è con tale dichiarazione che ha inizio la conferenza n° 14 del 7 marzo 1931. Per Montessori la questione del movimento in educazione è primaria in quanto «chiave di tutta la costruzione dalla personalità».

A. Scocchera assegna a tale conferenza il titolo «Lo spirito del movimento» per «[…] la funzione che ella assegna al movimento, il quale non è semplice muoversi, non è agire, non è un fare, ma è raccogliere in unità il movimento del corpo e il movimento del pensiero, che stanno l'uno dentro l'altro, guidati dalla volontà».

Anche nel suo ultimo libro, *La mente del bambino* (Montessori 1987), Montessori ribadisce che:

> È uno degli errori dei tempi moderni il considerare il movimento a sé, come distinto dalle funzioni più elevate […] È un errore accolto nel campo educativo […] Questo grave errore conduce ad una frattura: la vita fisica da un lato e la mente dall'altro. Lo sviluppo mentale deve essere connesso col movimento e dipendere da esso.

Ed ancora: «Osservazioni fatte su bambini di tutto il mondo provano che il bimbo sviluppa la propria intelligenza attraverso il movimento: il movimento aiuta lo sviluppo psichico e questo sviluppo si esprime a sua volta con ulteriore movimento e azione» (Montessori 1987, 144).

Come sottolinea il neuroscienziato Leonardo Fogassi nel libro *Maria Montessori e le neuroscienze* (Regni e Fogassi 2019), nel quale vengono tracciati i principali punti di connessione fra il metodo Montessori e i recenti studi neuroscientifici sull'apprendimento,

> Maria Montessori quindi aveva intuito, grazie alle sue osservazioni sui bambini, che il movimento non può essere distinto dalle funzioni più elevate, anzi lo sviluppo mentale dipende dal movimento. Non solo, aveva compreso la gerarchia con cui lo sviluppo avveniva: prima viene il movimento, che favorisce lo sviluppo psichico, si potrebbe dire che le rappresentazioni motorie costruiscono il mondo cognitivo, dopo di che la vita mentale si continua a formare in una continua interazione di azione e percezione. (Regni e Fogassi, 2019, 254)

I movimenti muscolari sono dunque alla base di complesse memorie procedurali e automatismi che vanno a rappresentare i mattoni su cui vengono edificate un insieme di vaste capacità mentali (Oliverio 2017). È su queste basi che si fondano teorie dell'educazione matematica di rilievo nell'odierna discussione internazionale, come l'*Enactivist Mathematics Pedagogy* (Abrahamson e Bakker 2016; Abrahamson *et al. in press*), che segue la prospettiva enattivista (Varela *et al.* 1991) presente anche in lavori di ricerca come quello del gruppo di didattica della matematica di Napoli (Carotenuto *et al.* 2021).

Insieme al movimento, gli aspetti percettivo-osservativi, cari a Montessori e profondamente legati alle capacità di visualizzazione, sono di estrema rilevanza per l'apprendimento della matematica a tutti i livelli scolari. Ricerche di carattere neuroscientifico riguardanti i processi alla base dell'apprendimento della matematica, rendono evidente l'importanza di integrare, nella pratica didattica, esperienze che stimolino sia il pensiero visivo sia quello analitico verbale, per facilitare lo sviluppo nello studente di strategie mentali armoniche ed efficaci (Catastini 1990, Pasquazi 2020). Ad esempio, il neuroscienziato francese Stanislas Dehaene sottolinea a più riprese l'importanza, nel processo di apprendimento della matematica, di favorire la continua comunicazione tra i due emisferi, quello di sinistra, sede delle nostre funzioni analitiche, logiche e verbali e quello di destra, sede delle nostre funzioni sintetiche, intuitive, spaziali (Dehaene 2010).

Teorie provenienti dalla psicologia cognitiva dell'*Embodied and Embedded Cognition*, sempre più rilevanti nel campo della ricerca psicologica in educazione della matematica (Lakoff e Núñez, 2000; Pouw *et al.* 2014; Nathan e Walkington 2017; Tran *et al.* 2017), sottolineano l'importanza del corpo e della sua percezione-azione in rapporto all'ambiente circostante nei processi d'apprendimento. In particolare, le teorie dell'*Embodied Cognition* sostengono che la cognizione e lo sviluppo del pensiero superiore non sia da ricercarsi esclusivamente nella mente ma si distribuisca anche nel corpo, e dunque che acquisti estrema rilevanza il coinvolgimento dell'apparato senso-motorio nei processi che sviluppano conoscenza (Barsalou 2008; Lakoff e Johnson 1999). Se da una parte viene quindi evidenziata l'importanza di promuovere attività che stimolino percezione e movimento nei processi di apprendimento, sui quali abbiamo già insistito, dall'altro si suggerisce di considerare anche gli aspetti della gestualità, sia come critici per quanto concerne le caratteristiche comunicative dell'insegnante, che come manifestazione di apprendimento da parte dello studente. E proprio nel sottolineare questi aspetti della gestualità ("analisi dei movimenti") nella proposta montessoriana, Fogassi scrive:

> Si dovrebbe enfatizzare l'importanza del gesto come strumento di apprendimento, dato che vi sono dimostrazioni sperimentali che l'uso dei gesti nei bambini dalla primaria in avanti può migliorare l'apprendimento disciplinare. L'apparente "ritualizzazione" delle presentazioni dei materiali montessoriani enfatizzano proprio questa importanza dei gesti e delle parole, poche ed essenziali, che li accompagnano. (Regni e Fogassi, 347)

E ancora: «La mano del bambino […] appare come uno degli organi fondamentali della conoscenza umana, organo dell'intelligenza, specialmente nella prima infanzia, parte davvero visibile del cervello in azione» (Regni e Fogassi 2019, 346).

A partire dalla constatazione che l'importanza dei gesti non si limita quindi ad aspetti comunicativi, ma risulta rilevante anche nei processi di pensiero (McNeill 1992), importanti gruppi di ricerca in didattica della matematica hanno analizzato il ruolo dei gesti e del linguaggio non verbale nel processo di insegnamento-apprendimento, enfatizzando anche il ruolo degli aspetti sociali e culturali nella costruzione dei concetti matematici. Ne sono un esempio il gruppo di ricerca di Torino, che ha abbracciato la *prospettiva multimodale* (Arzarello e Robutti 2009), vicina alle teorie elaborate da Louis Radford (Radford 2014; Radford *et al.* 2017).

La teoria dell'*Embedded Cognition*, in un certo senso complementare all'*Embodied Cognition*, ipotizza che la cognizione trovi la sua realizzazione e sia vincolata dalle mutue interazioni tra il corpo e l'ambiente e che vi sia una profonda relazione fra artefatti esterni e processi cognitivi: l'efficacia d'apprendimento dipende da come gli studenti coordinano la loro attività cognitiva con le risorse corporali e ambientali (Clark 2008; Pouw *et al.* 2014). Interessanti studi in questa direzione sono stati sviluppati anche grazie all'utilizzo di tecnologie e risorse digitali (e.g. Baccaglini-Frank *et al.* 2020, Ferrara e Ferrari 2020), e di prospettive teoriche quali il *materialismo inclusivo* (de Freitas e Sinclair 2014).

A tale proposito, studi neuroscientifici sottolineano come «Nella scuola i meccanismi imitativi, soprattutto quelli legati all'interazione con l'ambiente, svolgono un ruolo basilare nell'apprendimento» (Regni e Fogassi 2019, 347) e questo è soprattutto vero nel metodo Montessori nel quale il vero maestro è l'ambiente strutturato e pensato in base alle esigenze del bambino da parte dell'insegnante osservatrice (Lillard 2017). E sempre Fogassi fa notare che

> Montessori ha proposto che il bambino abbia una mente assorbente, che quasi fa suo l'ambiente esterno. In termini moderni si potrebbe dire che questa mente è formata dall'interazione continua del bambino (e della sua mente in formazione) con l'ambiente, in cui il movimento gioca una parte preminente (Regni e Fogassi 2019, 249).

In ultimo, come troviamo scritto nella conferenza n° 14, «se l'individuo non può diventare un tutto unito in modo che la sua mente lavori insieme al movimento, ricevendo le due cose di reciproco aiuto, ogni sforzo è sentito come fatica», fatica mentale, energia dissipata, apprendimento mancato, personalità «confusa e spezzata» insomma, motilità che si svolge senza uno scopo primario come quello del «servizio dell'anima».

### *L'attenzione e il coinvolgimento emotivo*

Sulla base delle considerazioni neuroscientifiche legate ai processi d'apprendimento, Stanislas Dehaene, nel suo ultimo libro *Imparare* (Dehaene 2020), fornisce alcune indicazioni educative, fra le quali la seguente risuona per l'affinità con la proposta montessoriana:

> Facciamo in modo che il bambino sia attivo, curioso, coinvolto, autonomo. Un allievo passivo difficilmente impara. Rendiamolo più attivo. Sollecitiamo costantemente la sua intelligenza in modo che la sua mente brilli di curiosità e generi costantemente nuove ipotesi. Ma non possiamo sperare che scopra tutto da solo: guidiamolo usando una pedagogia strutturata. (Dehaene 2020, 285-286)

La pedagogia strutturata scientificamente di Montessori si concretizza nella costruzione di un ambiente e di materiali che guidano il processo di concentrazione e quindi di sviluppo del bambino. Ma c'è di più:

> Per Maria Montessori attenzione e concentrazione sono elementi indispensabili per la formazione del bambino […] Cioè aveva capito che oltre all'esposizione e all'uso dei materiali, cosa per lei fondamentale, per il bambino era necessario anche qualcosa di più impalpabile che dava però importanza alla sua esplorazione e conoscenza dell'ambiente. Questo qualcosa era la concentrazione dell'attenzione. (Regni e Fogassi 2019, 306-307)

Ed è proprio questa caratteristica della *concentrazione dell'attenzione* che contraddistingue i materiali progettati da Montessori:

> Nella scuola montessoriana tutto il materiale di sviluppo per la casa dei bambini è fatto apposta per isolare uno stimolo alla volta, per far sì che l'attenzione non sia dispersa o diffusa. Un esempio è la torre rosa fatta di cubi rosa, differenti fra loro di un centimetro di lato, in modo da richiamare inconsciamente l'attenzione del bambino proprio su questa sola differenza. (Regni e Fogassi 2019, 320)

I materiali manipolativi progettati da Montessori sono materiali che più che carpire l'interesse mirano a trattenere l'interesse. «L'oggetto esterno è una palestra su cui lo spirito fa i suoi esercizi; e tali esercizi interiori sono primitivamente in se stessi lo scopo dell'azione». (Montessori 2014, 135-136)

### *L'incarnazione di un concetto: non solo comprensione*

Dai ricercatori in didattica della matematica viene spesso sottolineata la necessità che l'insegnamento-apprendimento della matematica a scuola debba incentrarsi su esperienze significative, che permettano di lavorare in profondità sui concetti matematici fondamentali, nell'ottica di creare un apprendimento solido e stabile nel tempo delle conoscenze matematiche (e.g. Castelnuovo 2017). Emerge in tal senso l'esigenza di riconsiderare la difficoltà in matematica come un'occasione di approfondimento più che costituirsi come un ostacolo da trapassare il più velocemente possibile (Borasi 1996; Zan 2007).

Nella conferenza n° 27, dedicata al sistema decimale, discutendo gli obiettivi delle attività di sviluppo proposte, viene affermato che:

> Invece noi non dobbiamo pertanto far comprendere, dobbiamo incarnare (per intenderci con una parola), far penetrare questo principio, e quindi il nostro scopo è quello non certo di far superare presto le difficoltà, come succede nelle scuole comuni, dove il concetto antiquato […] è di fare avanzare sempre, e superata una difficoltà correre avanti. Invece noi vogliamo trattenere, ed è questa una cosa che disturba tante persone; diciamo che dobbiamo trovare tutti i mezzi per fare restare di questa cosa chiarita e capita, e non fuggirsene avanti, per la ragione che questa conquista è la base e deve essere qualcosa che rimane come un'attitudine mentale.

Ancora una volta, il punto di vista montessoriano sembra essere assolutamente in linea con le indicazioni educative di Dehaene:

> Aiutiamo gli studenti ad approfondire il loro pensiero. Il cervello conserva meglio le informazioni che ha elaborato in profondità […] E ricordiamoci delle parole di Henry Roediger: «Rendere le condizioni di apprendimento più difficili, costringere gli studenti a un impegno e uno sforzo cognitivo maggiori, spesso porta a una memoria migliore». (Dehaene 2020, 286)

E, riguardo all'importanza di insistere sulle conoscenze, leggiamo ancora:

> Ripassiamo in continuazione. L'apprendimento non è sufficiente. È necessario consolidarlo in modo che il contenuto di ciò che abbiamo imparato diventi automatico, inconscio, un riflesso. Solo l'automatizzazione libera la corteccia prefrontale, che diventa disponibile per altre attività. […] la distribuzione graduale del ripasso consentirà alle informazioni di fissarsi permanentemente in memoria. (Dehaene 2020, 287)

Nella medesima conferenza del 1931, poco più avanti, ritroviamo simili considerazioni riguardo alla via identificata da Montessori per attuare il necessario consolidamento delle conoscenze acquisite: è difficile «possedere una cosa che diventi padrona della nostra e del nostro modo di ragionare; bisogna ripeterla molte volte, anche sotto forma diversa, ma sempre la stessa cosa». E proseguendo:

> Ed è questo che noi facciamo: trattenere per molto tempo la mente del bambino soltanto ed esclusivamente su questo fatto, e per questo facciamo fare tanti esercizi diversi, che però si eseguiscono contemporaneamente; quando dico contemporaneamente intendo dire che non rappresentano un progresso lineare secondo i metodi comuni, […] ma si fanno nella stessa epoca, e parallelamente significa che si possono fare oggi uno, domani un altro, poi si torna al primo. E tutti questi esercizi servono a chiarire e ribadire il concetto fondamentale del sistema decimale. […] Andiamo prima ad una grande conquista, e poi, pezzetto per pezzetto, la ribadiamo, la rivediamo.

Riguardo queste ultime considerazioni, ci permettiamo di sottolinearne la validità scientifica di queste pioneristiche scoperte di Montessori. Gli studi neuroscientifici degli ultimi decenni hanno sottolineato che l'apprendimento e la sua stabilizzazione nella memoria sono dipendenti dal numero di connessioni neuronali e dal coinvolgimento di aree, disparate, nel processo d'apprendimento. Il meccanismo di base che regola la plasticità sinaptica (riassunto dalla formula di Donald Hebb (1949) *Neurons that fire together wire together*, ovvero: quando due neuroni si attivano contemporaneamente, le loro interconnessioni si rinforzano), grazie alla quale il nostro cervello è in grado di apprendere, ha messo in luce l'essenzialità di costruire un sistema di connessioni neuronali, e quindi di attivazioni contemporanee, ampio e fortificato per permettere un apprendimento che divenga stabile nella nostra memoria. Quindi, in particolare, si apprende in modo più stabile un concetto più connessioni riusciamo a costruire intorno ad esso. In tal senso, lavorare contemporaneamente su uno stesso concetto, affrontandolo da differenti punti di vista, messi in relazione fra loro tramite attività ponte di rimando dall'uno all'altro, sembra essere un'ottima strategia per fortificare e radicare il concetto nella mente.

## CONCLUSIONI

Lo studio del clima culturale in cui la proposta pedagogica montessoriana si è sviluppata e la ricostruzione delle tappe della sua genesi sembrano essere passi fondamentali perché la proposta stessa possa essere portata con piena consapevolezza nella scuola di oggi.

In questo lavoro abbiamo ripercorso l'origine della proposta matematica, e più in particolare geometrica, di cui le due opere disciplinari pubblicate da Montessori, *Psicoaritmetica* e *Psicogeometria*, costituiscono in qualche senso il culmine. Abbiamo evidenziato come l'osservazione dei bambini e la cura nel metterli al centro dell'azione educativa abbiano portato Montessori a modificare ed arricchire la sua proposta originale. Inoltre, abbiamo brevemente cercato di mostrare come i recenti sviluppi delle neuroscienze e della psicologia cognitiva permettano di affermare che la proposta montessoriana sia ancora di tutto rilievo nella discussione contemporanea.

Il modo straordinario di Montessori di lavorare a contatto con i bambini e di trovare soluzioni concrete al loro spontaneo desiderio di apprendere resta una testimonianza viva, che dovrebbe mantenere alto l'interesse della comunità scientifica nella ricostruzione della genesi del suo pensiero.

## BIBLIOGRAFIA


Abrahamson, Dor e Bakker, Arthur. 2016. "Making sense of movement in embodied design for mathematics learning". *Cogn. Research* 1, 33.

Abrahamson Dor, Dutton Elizabeth, Bakker Arthur. (in press). "Towards an enactivist mathematics pedagogy". S. A. Stolz (Ed.), *The body, embodiment, and education: An interdisciplinary approach*. London: Routledge.

Arzarello, Ferdinando e Robutti, Ornella. 2009. "Embodiment e multimodalità nell'apprendimento della matematica". *Insegnamento della matematica e delle scienze integrate,* vol.32, A-B n.3, 243-268.

Arzarello Ferdinando, Robutti Ornella, Bazzini Luciana. 2005. "Acting is learning: focus on the construction of mathematical concepts". *Cambridge Journal of Education*, 35:1, 55-67.

Baccaglini-Frank Anna, Carotenuto Gemma, Sinclair Natalie. 2020. "Eliciting preschoolers' number abilities using open, multi-touch environments". *ZDM Mathematics Education* 52, 779–791.

Barsalou, Laurence W. 2008. "Grounded cognition". *Annual Review of Psychology*, 59, 617–645.

Bartolini Bussi Maria Giuseppina, Taimina Daina, Isoda Masami. 2010. "Concrete models and dynamic instruments as early technology tools in classrooms at the dawn of ICMI: from Felix Klein to present applications in mathematics classrooms in different parts of the world". *ZDM Mathematics Education* 42, 19–31.

Bartolini Bussi Maria Giuseppina, Maschietto Michela, Turrini Marco. 2018. "Mathematical laboratory in the Italian curriculum: the case of mathematical machines". *ICMI Study 24 School Mathematica Curriculum reforms: challenges, changes ad opportunities* (109-116). NLD

Betti, Enrico e Brioschi, Francesco. 1867. *Gli Elementi di Euclide ad uso de' ginnasi e de' licei*. Firenze: Le Monnier.

Borasi, Raffaella. 1996. *Reconceiving mathematics instruction: A focus on Errors,* Norwood: Ablex.

Bottazzini, Umberto. 1998. "Francesco Brioschi e la cultura scientifica nell'Italia post-unitaria". *Bollettino dell'Unione Matematica Italiana,* Serie 8, Vol. 1-A, 59-78.

Carruccio, Ettore. 1966. "La storia della scienza nel pensiero di Federigo Enriques". *Periodico di Matematiche*, (4), 404-418.

Castelnuovo, Emma. 2017. *Didattica della matematica*. Torino: UTET.

Castelnuovo, Guido. 1947. "Commemorazione di Federigo Enriques". *Periodico di Matematiche* (4) 25 (1947), 81-94.

Catastini Laura. 1990. *Il pensiero allo specchio*. Firenze: La Nuova Italia.

Clark, Andy. 2008. *Supersizing the mind: embodiment, action, and cognitive extension*. New York: Oxford University Press.

Cives, Giacomo e Trabalzini, Paola. 2017. *Maria Montessori tra scienza, spiritualità e azione*. Roma: Anicia.

de Freitas, Elizabeth e Sinclair, Nathalie. 2014. *Mathematics and the body*: *material entanglement in the classroom*. Cambridge, England: Cambridge University Press.

Dehaene, Stanislas. 2010. *Il pallino della matematica*. Milano: Raffaello Cortina Editore.

Dehaene, Stanislas. 2020. *Imparare: Il talento del cervello, la sfida delle macchine*. Milano: Raffaello Cortina Editore.

Dewey, John. 1903. The psychological and the logical in teaching Geometry. *Educational Review*, 25, 387-399.

Enriques, Federigo. 1901. "Sulla spiegazione psicologica dei postulati della Geometria". *Rivista filosofica*, IV.

Enriques, Federigo. 1921. "Insegnamento dinamico". *Periodico di Matematiche*, (4), 6-16.

Ferrara, Francesca e Ferrari, Giulia. 2020. "Reanimating tools in mathematical activity". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(2), 307-323.

Giacardi, Livia. 2011. "L'emergere dell'idea di laboratorio di matematica agli inizi del Novecento". O. Robutti, M. Mosca (Eds.). *Atti del Convegno DI. FI. MA*. Torino: Kim Williams Books.

Honegger Fresco, Grazia. 2001. *Radici nel futuro. La vita di Adele Costa Gnocchi (1883-1967)*. Molfetta: Edizioni La Meridiana.

Honegger Fresco, Grazia. 2007. *Maria Montessori una storia attuale*. Napoli: L'ancora del Mediterraneo Editore.

Lakoff, George e Johnson, Mark. 1999. *Philosophy in the flesh: the embodied mind and its challenge to Western thought*. New York: Basic Books.

Lakoff, George e Núñez, Rafael. 2000. *Where mathematics comes from* (Vol. 6). New York: Basic Books.

Lillard, Angeline Stoll. 2017. *Montessori: The Science Behind the Genius*. 3rd Ed. New York, N.Y.: Oxford University Press U.S.A.

Luciano, Erika e Tealdi, Alice. 2012. "Federigo Enriques e l'impegno nella scuola". *Conferenze e Seminari 2011-2012 dell'Associazione Subalpina Mathesis*, 185-207.

Maschietto, Michela. 2015. "Teachers, Students and Resources in Mathematics Laboratory". In *S.J. Cho (Ed.), Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 527–546). Switzerland: Springer.

Carotenuto Gemma, Mellone Maria, Spadea Marina. 2021. Moving in Early Geometry Education. *For the Learning of Mathematics*, 41(1), 30-36.

MIUR. 2012. Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione. *Annali della Pubblica istruzione*, 88.

McNeill, David. 1992. *Hand and mind: What gestures reveal about thought*. Chicago: University of Chicago Press.

Montessori, Maria. 1987. *La mente del bambino*. Milano: Garzanti.

Montessori, Maria. 1934. *Psicogeometria*. Barcelona: Araluce.

Montessori, Maria. 2012. *Psicogeometria. Dattiloscritto inedito a cura di Benedetto Scoppola*. Roma: Edizioni Opera Nazionale Montessori.

Montessori, Maria. 2018. *L'Autoeducazione*. Milano: Garzanti.

Montessori, Maria. 1931 *Montessori. Rivista mensile dell'Opera Nazionale Montessori*, numeri da gennaio a giugno.

Nathan, Mitchell J. e Walkington, Candace. 2017. "Grounded and embodied mathematical cognition: Promoting mathematical insight and proof using action and language". *Cognitive Research*: *Principles and Implication* 2 (1), 1-20.

Oliverio, Alberto. 2017. *Il cervello che impara. Neuropedagogia dall'infanzia alla vecchiaia.* Firenze: Giunti.

Pasquazi, Daniele. 2020. "Capacità sensoriali e approccio intuitivo-geometrico nella preadolescenza: un'indagine nelle scuole." *Cadmo*, 1, 79-96.

Pepe, Luigi. 2006. "Insegnamenti matematici e libri elementari nella prima metà dell'Ottocento: modelli francesi ed esperienze italiane." *Domus Galileiana Proceedings,* 65-98.

Pesci, Furio. 2019. "…La buona razza italiana". Aspetti del rapporto di Maria Montessori con il fascismo". *Rivista di storia dell'educazione*, 2/2019, 133-152.

Pouw Wim T.J.L., van Gog Tamara, Paas Fred. 2014. "An Embedded and Embodied Cognition Review of Instructional Manipulatives". *Educ Psychol Rev* 26, 51–72.

Radford, Louis. 2014. "Towards an embodied, cultural, and material conception of mathematics cognition". *ZDM- The International Journal on Mathematics Education,* 46, 349-361.

Radford Louis, Arzarello Ferdinando, Edwards Laurie, Sabena Cristina. 2017. "The Multimodal Material Mind: Embodiment in Mathematics Education." J.Cai (Eds.) *Compendium for Research in Mathematics Education* (700-721) Reston, VA: NCTM.

Regni, Raniero e Fogassi, Leonardo. 2019, *Maria Montessori e le neuroscienze cervello mente educazione*. Roma: Fefè Editore.

Scoppola, Benedetto. 2011. "Lezioni di Maria Montessori". *Fonti e documenti in Annali di storia dell'educazione e delle istituzioni scolastiche*, 18, 413-434.

Speranza, Francesco. 1992. "Il progetto culturale di Federigo Enriques". *Convegno per i sessanta anni di Francesco Speranza, a cura di B. D'Amore e C. Pellegrino,* Bologna, Pitagora, 1-15.

Tornar, Clara. 2004. *"Maria Montessori e il Fascismo"*. Centro Studi Montessoriani, *Linee di ricerca sulla pedagogia di Maria Montessori*, Annuario 2004, Milano, FrancoAngeli, 107-122.

Trabalzini, Paola. 2003. Maria Montessori da *Il metodo* a *La scoperta del bambino*. Roma: Aracne Editrice.

Trabalzini, Paola. 2007. "Le riviste italiane di Maria Montessori: 1927-1934", *Annali di storia dell'educazione e delle istituzioni scolastiche*, 14, 205-221.

Tran Cathy, Smith Brandon, Buschkuehl Martin. 2017. "Support of mathematical thinking through embodied cognition: Nondigital and digital approaches". *Cognitive Research: Principles and Implications*, 2(1), 16.

Varela Francisco J., Thompson Evan, Rosch Eleanor. 1991. *The embodied mind: Cognitive science and human experience.* Cambridge, MA: MIT Press.

Zan, Rosetta. 2007. *Difficoltà in matematica* Milano: Springer, 3-20.